Sistemas de Ecuaciones

1. El sistema de ecuaciones siguiente se generó con la aplicación de la ley de malla de corrientes a un circuito eléctrico:

$$\begin{aligned} 60I_1 - 40I_2 &= 200 \\ -40I_1 + 150I_2 - 100I_3 &= 0 \\ -100I_2 + 130I_3 &= 230 \end{aligned}$$

   Encuentre I_1 , I_2 e I_3.Utilice el método de Jacobi, con una tolerancia del 0.1%

2. El siguiente problema presenta un sistemas de ecuaciones generado por un circuito eléctrico con una sola fuente de voltaje y cinco resistores. $R_1 =$ 450 ohm, $R_2 = 350$ ohm, $R_3 = 520$ ohm, $R_4 = 100$ ohm, $R_5 = 1000$ ohm y $V_1 = 10$ V.

$$\begin{aligned} V_1 + R_2(i_1 - i_2) + R_4(i_1 - i_3) &= 0, \\ R_1 i_2 + R_3(i_2 - i_3) + R_2(i_2 - i_1) &= 0, \\ R_3(i_3 - i_2) + R_5 i_3 + R_4(i_3 - i_1) &= 0. \end{aligned}$$

   Calcule las corrientes de la malla mediante el Método de Gauss-Seidel usando los valores de resistencia y voltaje dados.

3. Un ingeniero civil que trabaja en la construcción requiere 4800, 5800 y 5700 m^3 de arena, grava fina, y grava gruesa, respectivamente, para cierto proyecto constructivo. Hay tres canteras de las que puede obtenerse dichos materiales. La composición de dichas canteras es la que sigue:

	%Arena	**%Grava fina**	**%Grava gruesa**
Cantera 1	55	30	15
Cantera 2	25	55	30
Cantera 3	25	20	55

   Cuántos metros cúbicos deben extraerse de cada cantera a fin de satisfacer las necesidades del ingeniero?. Utilice el método de Gauss-Seidel, con una tolerancia del 0.1%

4. Un ingeniero eléctrico supervisa la producción de tres tipos de componentes eléctricos. Para ello se requieren tres clases de material:metal, plástico y caucho. A continuación se presentan las cantidades necesarias para producir cada componente.

   Si cada día se dispone de un total de 3.89, 0.095 y 0.282 kg de metal, plástico y hule, respectivamente, cuántos componentes puede producirse por día?. Utilice el método de Gauss-Seidel, con una tolerancia del 0.01%

Componente	Metal, g/componente	Plstico, g/componente	Hule, g/componente
1	15	0.3	3
2	3	0.4	1.2
3	19	0.05	1.5

5. En la Figura 1 se muestran tres reactores conectados por tubos. Como se indica, la tasa de transferencia de productos químicos a través de cada tubo es igual a la tasa de flujo (Q, en unidades de metros cúbicos por segundo) multiplicada por la concentración del reactor desde el que se origina el flujo (c, en unidades de miligramos por metro cúbico). Si el sistema se encuentra en estado estacionario (estable), la transferencia de entrada a cada reactor balanceará la de salida. Desarrolle las ecuaciones del balance de masa para los reactores y resuelva las tres ecuaciones algebraicas lineales simultáneas para sus concentraciones.

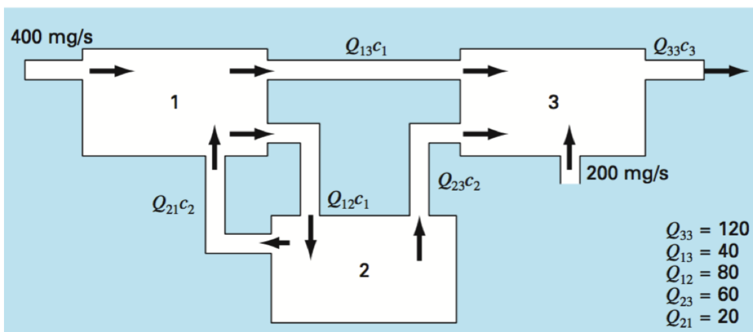

Figure 1: Tres reactores unidos por tubos. La tasa de transferencia de masa a través de cada tubo es igual al producto de flujo Q y la concentración c del reactor desde el que se origina el flujo.

6. Determine la concentración de cloruro en cada uno de los Grandes Lagos con el uso de la información que se muestra en la figura 2.

7. Se conectan tres bloques por medio de cuerdas carente de peso y se dejan en reposo en un plano inclinado (véase la Figura 3 a). Realizando un análisis se llega al conjunto siguiente de ecuaciones simultáneas (en la Figura 3 b se muestran los diagramas de cuerpo libre):

$$
\begin{aligned}
100a + T &= 519.72 \qquad (1)\\
50a - T + R &= 216.55 \qquad (2)\\
25a - R &= 108.27 \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Resuelva para la aceleración a y las tensiones T y R en las dos cuerdas.

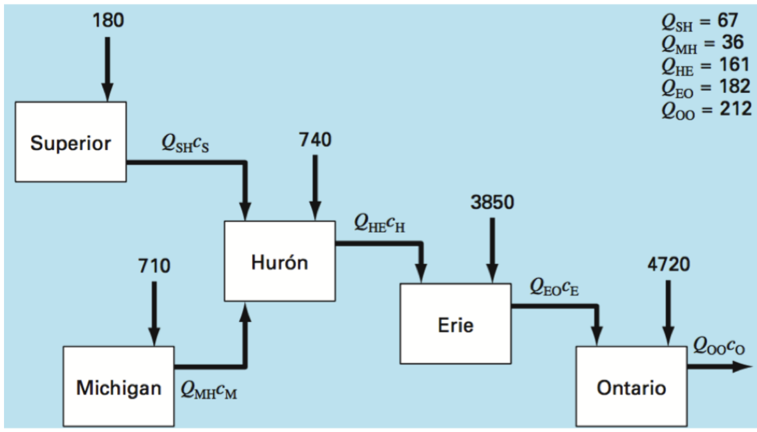

Figure 2: Balance del cloro en los Grandes Lagos. Las flechas numeradas denotan entradas directas.

8. Los sistemas idealizados de masa-resorte tienen aplicaciones numerosas en la ingeniería. La Figura 4 muestra un arreglo de cuatro resortes en serie comprimidos por una fuerza de 1500 kg. En el equilibrio, es posible desarrollar ecuaciones de balance de fuerza si se definen las relaciones entre los resortes

$$k_2(x_2x_1) = k_1x_1 \tag{4}$$
$$k_3(x_3x_2) = k_2(x_2x_1) \tag{5}$$
$$k_4(x_4x_3) = k_3(x_3x_2) \tag{6}$$
$$F = k_4(x_4x_3) \tag{7}$$

donde las k son constantes de los resortes. Si de k_1 a k_4 son $1050, 80$ y 200 N/m, respectivamente, calcule el valor de las x.

9. En la Figura 5 se ilustra un proceso de extracción en etapas. En tales sistemas, una corriente que contiene una fracción de peso Y_{ent} de un producto químico ingresa por la izquierda con una tasa de flujo de masa de F_1. En forma simultánea, un solvente que lleva una fracción de peso X_{ent} del mismo producto qumico entra por la derecha con una tasa de flujo de F_2. Así, para la etapa i, el balance de masa se representa como

$$F_1Y_{i-1} + F_2X_{i+1} = F_1Y_i + F_2X_i \tag{8}$$

En cada etapa, se supone que se establece el equilibrio entre Y_i y X_i, como en

$$K = \frac{X_i}{Y_i} \tag{9}$$

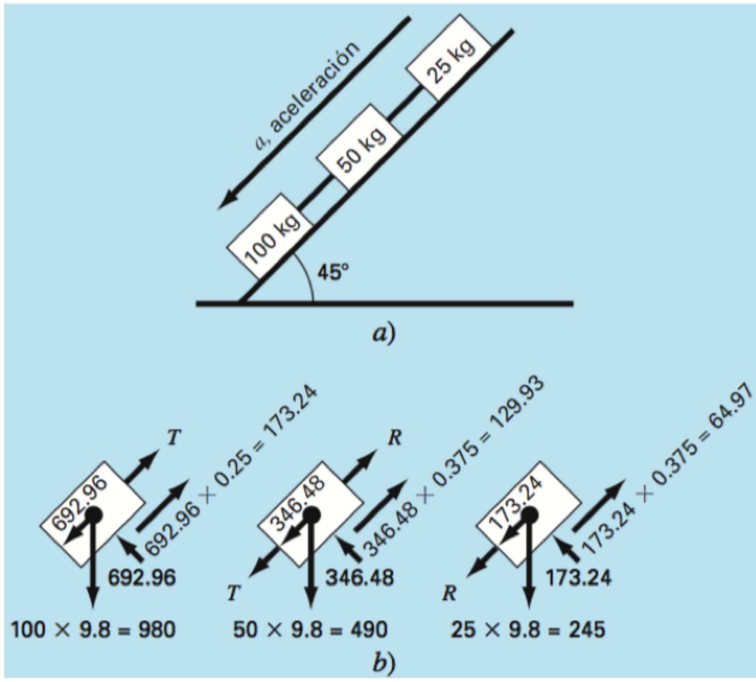

Figure 3: Diagrama de bloques

donde K se denomina coeficiente de distribución. La ecuación (10) puede resolverse para X_i y se sustituye en la ecuación (8) para producir

$$Y_{i-1} - \left(1 + \frac{F_2}{F_1}K\right)Y_i + \left(\frac{F_2}{F_1}K\right)Y_{i+1} = 0 \qquad (10)$$

Si $F_1 = 500$ kg/h,$Y_{\text{ent}} = 0.1$, $F_2 = 1000$ kg/h, $X_{\text{ent}} = 0$ y $K = 4$, determine los valores de Y_{sal} y X_{sal}, si se emplea un reactor de cinco etapas. Obsérvese que debe modificarse la ecuación (9) para tomar en cuenta las fracciones de peso del flujo de entrada cuando se aplique a la primera y última etapas.

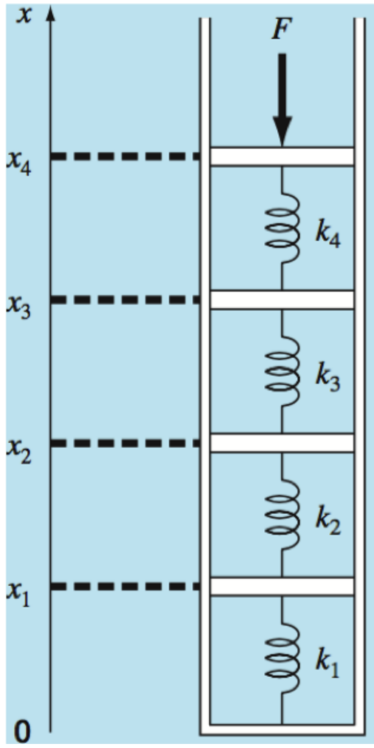

Figure 4: Arreglo de resortes

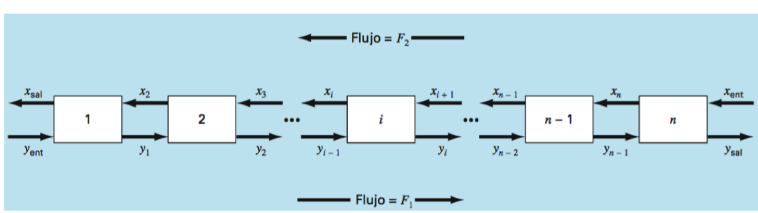

Figure 5: Una etapa del proceso de extracción.