Problemas Fáciles

1. Utilice Matlab para demostrar que la serie numérica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ converge a $\pi^2/6$. Para hacer esto calcule la suma para:

   (a) $n = 100$,
   (b) $n = 1,000$,
   (c) $n = 10,000$.

   Para cada inciso, cree un vector `v` en el cual el primer elemento sea 1, con incremento de 1, y como último término 100, $1,000$ ó $10,000$.

2. Utilice Matlab para demostrar que la serie numérica $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}$ converge a $\ln 2$. Para hacer esto calcule la suma para:

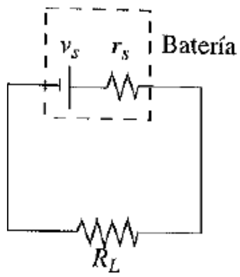
   (a) $n = 50$,
   (b) $n = 5,00$,
   (c) $n = 5,000$.

   Para cada inciso, cree un vector `v` en el cual el primer elemento sea 0, con incremento de 1, y como último término 50, 500 ó $5,000$.

3. Se ha diseñado sobre un papel una copa cónica que tiene un volumen de 250 cm^3. Determine el radio r de la base y el área de la superficie S de este diseño para una serie de distintos bocetos de copas que tienen una altura h de $5, 6, 7, 8$ y 9 cm. El cálculo del volúmen V y del área superficial vienen dados por las fórmulas:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$S = \pi\sqrt{r^2 + h^2}$$

4. Un circuito eléctrico tiene una fuente de voltaje v_s con una resistencia interna r_s, y una resistencia de carga R_L, tal y como se muestra en la figura adjunta. La potencia P disipada en la caga de la resistencia viene dada por: Represente la potencia P en función de R_L, en el intervalo $1 \leq R_L \leq 10\ \Omega$ suponiendo los siguientes valores para



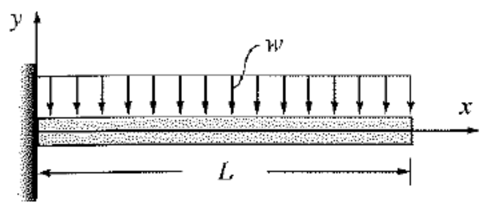
$$P = \frac{v_s^2 R_L}{(R_L + r_s)^2}$$

   el circuito: $v_s = 12$, $r_s = 2.5\ \Omega$

5. Una viga en voladizo es aquella que se encuentra sujeta por un extremo mientras que su otro extremo está libre. La deflexión y en el punto x de una viga de tipo cargada con una carga distribuida uniformemente w viene dada por la ecuación:

$$y = \frac{-w}{24EI}(x^4 - 4Lx^3 + 6L * 2x^2) \tag{1}$$

   donde E es el módulo de elasticidad, I es el momento de inercia y L la longitud de la viga. La viga que se muestra en la figura adjunta posee las siguientes características: $L = 6$ m, $E = 70 \times 10^9$ Pa (aluminio), $I = 9.19 \times 10^{-6}$ m^4 y $w = 80 \times 10^3$ N/m. Representa gráficamente la deflexión de la viga y en función de x.

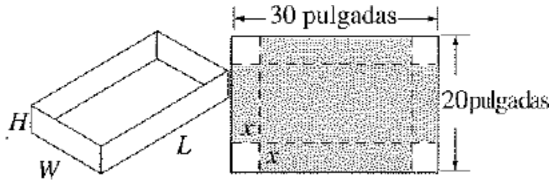


6. El valor de P de una cuenta de ahorros, con un capital inicial P_0 y una tasa de interés anual r (en %) después de t años, viene dado por:

$$P = P_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t . \tag{2}$$

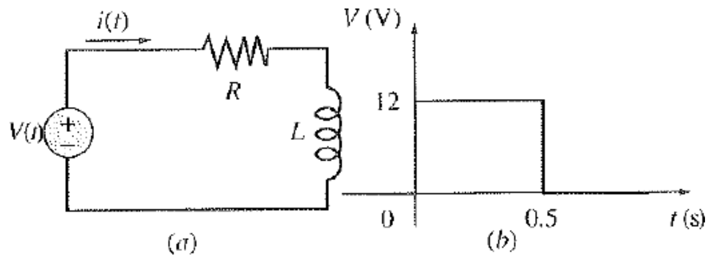
Escriba una función que calcule el valor de futuro de una cuenta de ahorros. Utilice para ello la siguiente línea de definición de función: `P = saval(P0, r, t)`. Las entradas de la función serán el capital inicial, la tasa de interés y el número de años. La salida será el valor de la cuenta a partir de los datos especificados en la entrada. Utilice posteriormente esta función para calcular el valor de un capital inicial de $10,000$ \$, a un interés anual del 6%, después de 13 años.

7. Una caja se construye a partir de una pieza de cartón rectangular de dimensiones 20 por 30 pulgadas. Para ello se recortan los cuadrados sobrantes x en cada una de las esquinas, y se doblan hacia arriba los laterales tal y como se muestra en la figura adjunta. Calcule x de forma que el volumen de la caja sea de $1,000$ pulgadas^3 (hay dos posibilidades).



8. Una resistencia de $R = 4\ \Omega$ y un inductor de $L = 1.3$ H se conectan en un circuito a una fuente de voltaje, como se muestra en la Figura (a) (circuito RL). Cuando la fuente de voltaje aplica un pulso de voltaje rectangular con una amplitud de $V = 12$ V durante 0.5 s, como se muestra en la Figura (b), la intensidad de corriente $i(t)$ en el circuito en función del tiempo viene dada por:

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{V}{R}\left(1 - e^{(-Rt/L)}\right) \text{ para } 0 \le t \le 0.5 \text{ s}, \\ i(t) &= e^{-(-Rt/L)}\frac{V}{R}\left(e^{(-Rt/L)} - 1\right) \text{ para } 0.5 \le t \text{ s}. \end{aligned}$$

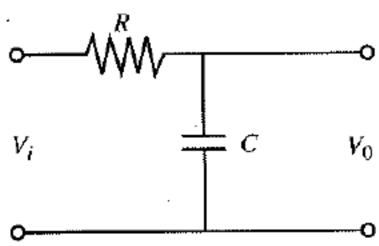


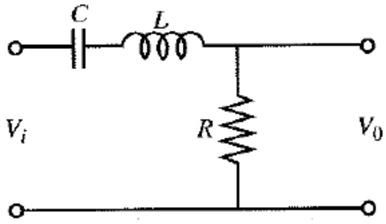
9. En un filtro paso-bajo (filtro que pasa señales de bajas frecuencias), la relación de voltajes viene dada por:

$$RV = \left|\frac{V_0}{V_i}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \tag{3}$$

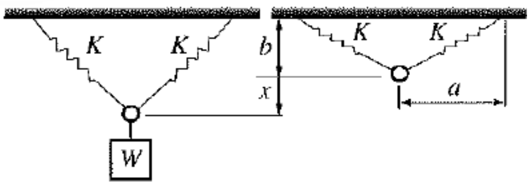
donde ω es la frecuencia de la señal de entrada.

Escriba una script que calcule la relación de voltajes. Los argumentos de entrada son el valor de la resistencia R en Ω (ohmios), la capacidad del condensador C en F (faradios) y la frecuencia ω de la señal de entrada en rad/s. Diseñe el script de forma que ω pueda ser un vector. Genere un gráfico $R \cdot V$ en función de ω, $10^{-2} \le \omega \le 10^6$ rad/s. El gráfico debe tener la escala logarítmica en el eje horizontal (ω). Cuando se ejecute el fichero script, éste debe pedir al usuario que introduzca los valores de R y C. Etiquete los ejes convenientemente y ejecute el script para los valores de $R = 1,200\ \Omega$ y $C = 8\ \mu$F.





10. Una báscula se compone de dos muelles, tal y como se muestra en la figura adjunta. Inicialmente, los dos muelles se encuentran contraídos (estirados). Cuando se cuelga un objeto del anillo, los muelles se estiran y el anillo se desplaza hacia abajo una distancia x. El peso del cada objeto se puede expresar en términos de esa distancia x, mediante la expresión:
$$W = \frac{2K}{L}(L - L_0)(b + x) \tag{4}$$



donde $L_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$ e la longitud inicial de un muelle, y $L = \sqrt{a^2 + (b + x)^2}$ es la longitud del muelle estirado.

Para una determinada báscula $a = 0.15$ m, $b = 0.05$ m, con constante para los muelles $K = 2,800$ N/m, calcule la distancia x cuando un objeto de 250 N se cuelga a la báscula.

11. Calcule las dimensiones (radio r y altura h) de un cilindro con el mayor volumen posible que se puede construir con una esfera de rado $R = 15$ cm.